

Программа спецкурса Нули дзета-функции Римана

проф. С.А. Гриценко (семестр)

1. Дзета-функция Римана, ее определение. Формула Эйлера. Простейшие свойства дзета-функции Римана, аналитическое продолжение ее в полуплоскость $\Re s > 0$. Функциональное уравнение дзета-функции Римана. Тривиальные и нетривиальные нули дзета-функции Римана, их простейшие свойства. Представление логарифмической производной дзета-функции Римана в виде суммы ряда, содержащего ее нули.

2. Явные формулы. Теоремы о границе нулей. Асимптотический закон распределения простых чисел. Формула Римана-Мангольда.

3. Простейшее приближение $\zeta(s)$ простейшей суммой. Приближенное функциональное уравнение Харди-Литтлвуда.

4. Функция Римана-Харди, ее основные свойства. Приближенное функциональное уравнение Римана-Харди.

5. Задача о расстоянии между соседними нулями дзета-функции Римана, лежащими на критической прямой. Теорема Я. Мозера. Теорема А.А. Карацубы.

6. Задача о расстоянии между соседними нулями производной функции Римана-Харди.

Литература

1. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел, М.: Наука, 2-е изд., 1983.

2. Воронин С.М., Карацуба А.А. Дзета-функция Римана, М.: Физматлит, 1994.

3. Титчмарш Е.К. Теория дзета-функции Римана, М.: ИЛ, 1953.